

## Grado en Biotecnología – Examen de Análisis Matemático

1. a) Prueba, usando el teorema de Bolzano que la ecuación

$$2x^2 - \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) - \frac{1}{2} = 0$$

tiene al menos dos soluciones reales.

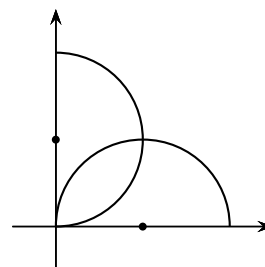
b) Prueba, usando el teorema de Rolle, que dicha ecuación no puede tener más de dos soluciones reales.

2.

Se quiere construir un depósito para gas de forma cilíndrica rematado en sus extremos por dos semiesferas cuyo volumen sea igual a  $10\pi$  metros cúbicos. El coste por metro cuadrado de las semiesferas es doble al de la parte cilíndrica. Calcular las dimensiones del depósito para que el coste sea mínimo. Justifica que se trata de un mínimo absoluto.



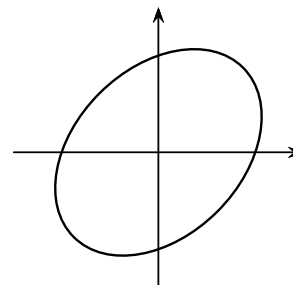
3. Calcula el área de la intersección de los círculos centrados en  $(0, 1)$  y  $(1, 0)$  y de radio 1. Calcula, por el método de los discos o arandelas y por el método de las tubos o de las capas, el volumen del sólido engendrado al girar dicha región alrededor del eje de abscisas.



4. La ecuación

$$13x^2 - 10xy + 13y^2 - 72 = 0$$

representa una elipse centrada en el origen que se ha sometido a un giro. Calcula las longitudes de los ejes de dicha elipse.



5. Calcula la integral doble

$$I(R) = \iint_{A(R)} \frac{1}{(2x^2 + y^2)(1 + x^2 + y^2)} d(x, y)$$

Donde

$$A(R) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq R^2\}$$

Calcula  $\lim_{R \rightarrow +\infty} I(R)$ .

Pondré las calificaciones en el SWAD. Revisión de exámenes: día 26 de enero de 10h a 13h en mi despacho (nº17, Dpto. Análisis Matemático).

Granada, 19 de enero de 2018